

## Przewidywanie temperatury twardnienia i naprężeń termicznych w fundamencie śluzy

## Prediction of hardening temperature and thermal stresses in a sluice foundation

**Słowa kluczowe:** temperatura twardnienia, beton masywny, naprężenia termiczne, metody analityczne, metody numeryczne

**Key words:** hardening temperature, massive concrete, thermal stresses, analytical methods, numerical methods

### 1. Wprowadzenie

Jedną z najważniejszych cech masywnych elementów betonowych, które odróżniają je od innych konstrukcji betonowych, jest ich zachowanie termiczne (1). W masywnych konstrukcjach betonowych, mających dużą grubość przekroju, mogą wystąpić wysokie temperatury w trakcie twardnienia oraz znaczne różnice temperatury między wnętrzem i powierzchnią konstrukcji. Wynikające z nich nierównomierne zmiany objętościowe zawsze powodują powstanie więzów wewnętrznych w konstrukcji, a także powstanie więzów zewnętrznych w przypadku zewnętrznego ograniczenia swobody odkształceń, na przykład w miejscu połączenia konstrukcji z podłożem. Konsekwencją ograniczenia swobody odkształceń konstrukcji jest powstanie naprężeń rozciągających, które mogą osiągać wartości powodujące zarysowanie. Takie wczesne rysy termiczne obniżają walory funkcjonalne i wygląd zewnętrzny konstrukcji.

Stąd też, szczególnie ważne jest opracowanie metod przewidywania wielkości naprężeń termicznych, w celu skutecznego ich ograniczania. Modele teoretyczne do przewidywania temperatury, naprężeń oraz ryzyka zarysowania dojrzewającego betonu można znaleźć zarówno w wytycznych, jak i w literaturze naukowej (1-4). Stosunkowo łatwe w zastosowaniu, oraz niewymagające dostępu do specjalistycznego oprogramowania, są metody analityczne. Niemniej jednak dokładniejsza analiza rzeczywistych warunków dojrzewania betonu w konstrukcji masywnej wymaga zastosowania metod numerycznych (5-8).

W artykule przedstawiono wyniki obliczeń numerycznych i analitycznych temperatury twardnienia, odkształceń oraz naprężeń termicznych, w masywnej płycie fundamentowej śluzy Sulfeld-Süd w Niemczech. Otrzymane wyniki obliczeń zostały porównane z wynikami pomiarów wykonanych w trakcie budowy śluzy (8). Przedstawione wyniki odnoszą się do pierwszego etapu wznosze-

### 1. Introduction

One of the most important property of massive concrete elements, that differentiates their behaviour from other concrete structures, is the thermal behaviour (1). The mass concrete structures of large thickness might be characterized by considerable hardening temperature inside their volume and its significant differences between the interior and the surface of the structure. Such non-uniform volume changes result always in internal restraints, and also, in the case of external restraining conditions, in the simultaneous occurrence of external restraints e.g. such as connection to the subgrade. The mentioned circumstances may result in large tensile stresses causing cracking. Early-age thermal cracking can lead to detriment of the structural performance, serviceability and visual appearance.

Therefore, appropriate efforts need to be concentrated on a method for estimating the magnitude of crack-inducing stresses and the risk of cracking, in order to provide proper measures to control the possible early age cracking. Various prediction models for early age temperature, stresses and the risk of cracking are provided in standards and scientific literature (1-4). The reason for the application of the analytical approaches derives from their simplicity and availability of application, without any professional software. However, when the necessity of determination of precise results occurs, the numerical methods are required, to perform the simulations reflecting the reality (5-8).

The aim of the study is the numerical and analytical simulation of the early-age temperature, thermal strains and stresses in the massive sluice foundation of the sluice Sulfeld-Süd in Germany. The obtained results are compared with actual measurements, described by Tue et al. (8). The present study relates to a particu-

\*Corresponding author: Barbara.Klemczak@polsl.pl

nia fundamentu śluzy, który stanowiła płyta o wymiarach w rzucie 26,5 x 41,5 m oraz grubości 2 m.

## 2. Opis przypadku

Prezentowana analiza odnosi się do części fundamentu śluzy Sülfeld-Süd w Niemczech, której budowa zakończyła się w listopadzie 2008 roku (8). Cały fundament był betonowany w kilku etapach w odniesieniu do jego długości, a betonowanie na grubości fundamentu zostało podzielone na 2 etapy: „etap 1” miał grubość 2 m, a „etap 2” 3,4 m. Analiza przedstawiona w pracy odnosi się do „etapu 1” betonowanego fundamentu i etapu betonowania w kierunku podłużnym, o wymiarach rzutu 26,5 x 41,5 m. Pomiaru temperatury, odkształceń oraz naprężeń, powstających w konstrukcji w czasie twardnienia betonu, dokonano za pomocą zainstalowanego systemu monitorującego. System pomiarowy składał się z trzech rodzajów czujników: termopar do pomiaru temperatury, czujników strunowych do pomiaru odkształceń oraz czujników do pośredniego pomiaru naprężeń. Szczegóły dotyczące funkcjonalności i wiarygodności takiego systemu pomiarowego, w szczególności pośredniego pomiaru naprężeń, podano w (9). Montaż czujników w środku płyty odbywał się sukcesywnie wraz z układaniem mieszanki betonowej (8). Rozmieszczenie czujników w przekroju płyty zostało przedstawione na rysunku 1.

## 3. Model numeryczny

### 3.1. Założenia do analizy

Do analizy numerycznej zastosowano program DIANA FEA. Aby zmniejszyć czas obliczeń oraz stopień skomplikowania modelu, analizowano ¼ modelu. Geometrię modelu i siatkę elementów skończonych przedstawiono na rysunkach 2 i 3. Zbrojenie powierzchniowe, analizowanej części fundamentu śluzy, stanowiły pręty  $\phi$  25 mm, rozmieszczone co 150 mm, natomiast otulina prętów wynosiła 60 mm. Właściwości materiałowe zestawiono w tablicach 1 i 2. Wartości odniesione do (10, 11) stanowią uzupełnienie danych dostępnych dla analizowanej części fundamentu śluzy Sülfeld-Süd, na podstawie normy PN-EN 1992-1-1 (8). Pozostałe dane zostały przyjęte dla betonu na podstawie (12) oraz dla gruntu na podstawie pracy Weila (13).

Wpływ pełzania uwzględniono stosując model Double Power Law (14):

$$J(t, t') = \frac{1}{E_o(t')} + \frac{\phi_1}{E_o(t')} (t')^{-m} (t - t') \quad [1]$$

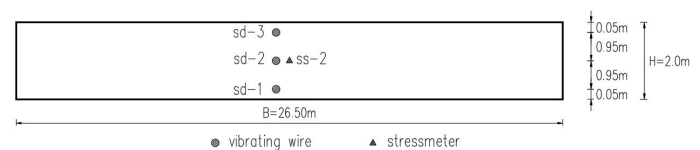
w którym:  $J(t, t')$  – funkcja pełzania w czasie  $t$  dla obciążenia przyłożonego w chwili  $t'$ ,  $E_o(t')$  – asymptotyczny moduł sprężystości,  $\phi_1$ ,  $m$ ,  $n$  – parametry materiałowe. Przyjęto  $\phi_1 = 0.012$ ,  $n = 0.263$ ,  $m = 0.016$ , na podstawie (15) i przez dostosowanie do betonu śluzy krzywych pełzania na podstawie (12) i (15).

Rozwój modułu sprężystości został opisany wzorem na podstawie (16):

lar construction stage of this foundation with dimensions of 41.5 x 26.5 m and a thickness of 2 m.

## 2. Description of the case

The analysis concentrates to a particular part of the foundation of the sluice Sülfeld-Süd in Germany, which construction process was completed in November 2008 (8). The whole foundation was casted in several construction stages in length direction as well as in two stages over the height: “stage 1” with a thickness of 2 m and “stage 2” with a thickness of 3.4 m. The analysis presented in the paper refers to the “stage 1” and a construction stage in length direction, with dimensions in the plan view of 26.5 x 41.5 m. Aiming the investigation of the temperature, strains and stresses arising in the structure during the construction process, the monitoring system was installed. The system contained three types of sensors: temperature sensors, vibrating wires for recording strains, and stress-meters for the measurement of stresses. Details on the functionality and the verification of such measurement system, particularly for stress-meters, are given in the work of Schlicke et al. (9). Sensors were placed in the middle section of the slab in longitudinal dimension, successively with the construction progress (8). The placement of sensors in the cross-section of the slab is presented in the Fig. 1.



Rys. 1. Rozmieszczenie czujników w przekroju płyty

Fig. 1. The location of the sensors in the cross-section of the slab

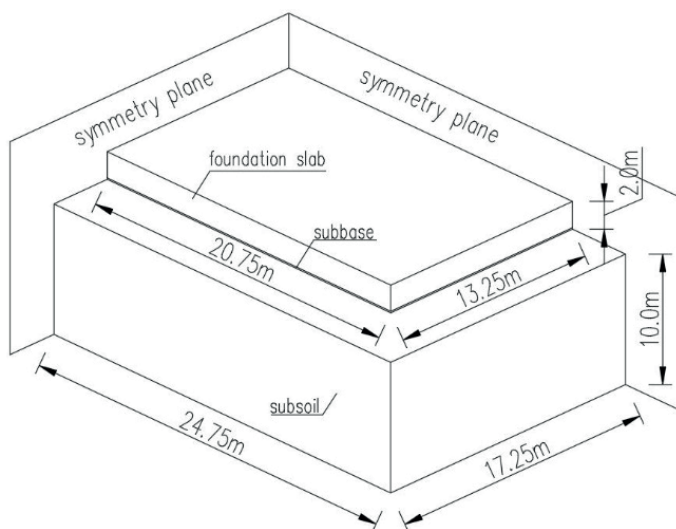
## 3. Numerical model

### 3.1. Assumptions to analysis

The numerical analysis was performed using the software DIANA FEA. Aiming reduction both the time required for calculation, and the complexity of the model, the analysis was limited into the ¼ of the structure. The geometry of the model is presented in the Fig. 2 and Fig. 3. The surface reinforcement applied in the analysed part of the sluice was  $\phi$ 25 mm with the spacing 150 mm and concrete cover 60 mm. Material properties are listed in Table 1 and Table 2. Values referred to (10, 11) are complementary to the data provided for the considered case, i.e. the part of foundation of the sluice Sülfeld-Süd (8). The remaining parameters were assumed for the concrete according to (12) and for soil according to (13).

Basic creep of concrete was considered with application of the Double Power Law (14):

$$J(t, t') = \frac{1}{E_o(t')} + \frac{\phi_1}{E_o(t')} (t')^{-m} (t - t') \quad [1]$$



Rys. 2. Geometria analizowanej konstrukcji

Fig. 2. The geometry of the analysed structure

$$E(t) = \alpha_1 e^{-\left(\frac{\tau_1}{t_{eq}}\right)^{\beta_1}} + \alpha_2 e^{-\left(\frac{\tau_2}{t_{eq}}\right)^{\beta_2}} \quad [2]$$

w którym:  $\alpha_1, \alpha_2, \tau_1, \tau_2, \beta_1, \beta_2$  – parametry przyjęte na podstawie pomiarów ( $\alpha_1 = 15, \tau_1 = 2, \beta_1 = 1.5, \alpha_2 = 20, \tau_2 = 4, \beta_2 = 1.5$ ),  $t_{ew}$  – ekwiwalentny wiek betonu (1-4).

Pola temperatury zostały wyznaczone na podstawie równania różniczkowego bilansu energetycznego:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_b \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{q} \quad [3]$$

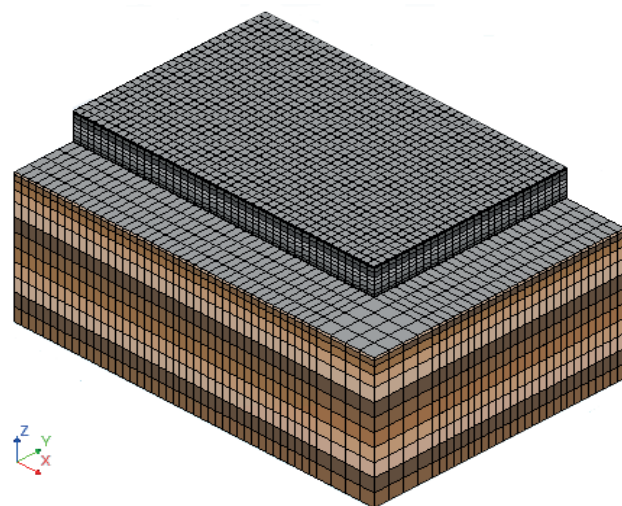
w którym:  $T$  – temperatura,  $\rho$  – gęstość betonu,  $c_p$  – ciepło właściwe,  $t$  – czas,  $\lambda_b$  – przewodność cieplna,  $x, y, z$  – współrzędne,

Tablica 1 / Table 1

PODSTAWOWE DANE MATERIAŁOWE

BASIC MATERIAL DATA

Właściwość Property	Wartość / Value		
	Płyta śluzy Sluice slab	Grunt Subsoil	Chudy beton Subbase
Moduł Younga (28-dni) E-modulus (28-day), GPa	34.4 (8)	$30 \cdot 10^{-3}$ (8-11)	$27 \cdot 10^{-3}$ (12)
Wsp. Poissona Poisson's ratio	0.2 (12)	0.2 (13)	0.2 (12)
Gęstość Density, kg/m <sup>3</sup>	2400 (12)	2070 (13)	2400 (12)
Wsp. rozszerzalności termicznej Thermal expansion coefficient, 1/°C	$1.0 \cdot 10^{-5}$ (12)	$1 \cdot 10^{-5}$ (13)	$1 \cdot 10^{-5}$ (12)
Współczynnik przewodności cieplnej Coefficient of thermal conductivity, W/(m·°C)	3 ( $\alpha=0$ ); 2.1 ( $\alpha=1$ ) (8-11)	1.4 (8-11)	1.7 (8-12)
Pojemność cieplna Thermal Capacity, J/(m <sup>3</sup> ·°C)	$2.3 \cdot 10^6$ (8-11)	$2.15 \cdot 10^6$ (8-11)	$1.95 \cdot 10^6$ (8-11)



Rys. 3. Siatka ES analizowanej konstrukcji

Fig. 3. FE mesh of the analysed structure

where:  $J(t, t')$  - compliance function at time  $t$  for a load applied at instant  $t'$ ,  $E_0(t')$  - asymptotic elastic modulus, and  $\phi_1, m, n$  - material parameters. The values  $\phi_1 = 0.012, n = 0.263, m = 0.016$  were assumed based on (15) and adapted for the sluice concrete by adjustment of the particular curves corresponding to the data provided in (12) and (15).

The evolving value of E-modulus can be described by the formula (16):

$$E(t) = \alpha_1 e^{-\left(\frac{\tau_1}{t_q}\right)^{\beta_1}} + \alpha_2 e^{-\left(\frac{\tau_2}{t_q}\right)^{\beta_2}} \quad [2]$$

where:  $\alpha_1, \alpha_2, \tau_1, \tau_2, \beta_1, \beta_2$  – parameters determined from measurements ( $\alpha_1 = 15, \tau_1 = 2, \beta_1 = 1.5, \alpha_2 = 20, \tau_2 = 4, \beta_2 = 1.5$ ),  $t_{ew}$  - the equivalent age (1-4).

The temperature field was determined on the basis of partial differential equation for energy balance:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_b \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{q} \quad [3]$$

where:  $T$  – temperature,  $\rho$  – density of concrete,  $c_p$  – specific heat,  $t$  – time,  $\lambda_b$  – thermal conductivity,  $x, y, z$  – coordinates,  $\dot{q}$  – rate

Tablica 2 / Table 2

SKŁAD MIESZANKI BETONOWEJ PŁYTY FUNDAMENTOWEJ ŚLUZY (8)  
THE CONCRETE MIX OF THE SLUICE SLAB (8)

Składnik / Constituent	Zawartość / Contence
w/c	0.57
Cement CEM III/A 32.5N	240 kg/m <sup>3</sup>
Woda / Water	150 kg/m <sup>3</sup>
Kruszywo żwirowe Gravel aggregate	0/2mm (703 kg/m <sup>3</sup> ), 2/8mm (222 kg/m <sup>3</sup> ), 8/16mm (462 kg/m <sup>3</sup> )
Dodatki / Additives	Popiół lotny / Fly ash (110kg/m <sup>3</sup> )
Domieszki / Admixtures	BV 15 (Melius) 1.5% (3.6 kg/m <sup>3</sup> )

$\dot{q}$  – szybkość wydzielania ciepła hydratacji, obliczona ze wzoru:

$$\dot{q} = f(\alpha_T) A_T e^{\frac{-E_a}{RT}} \quad [4]$$

w którym:  $f(\alpha_T)$  – znormalizowana szybkość wytwarzania ciepła,  $A_T$  – stała szybkości wydzielania ciepła ( $A_T = 1.75 \cdot 10^9 \text{ J}/(\text{m}^3\text{s})$ ),  $R$  – stała gazowa ( $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ ),  $E_a$  – energia aktywacji ( $E_a = 38500 \text{ J}/\text{mol}$ ). Poszczególne wartości zostały przyjęte na podstawie danych przedstawionych w normie PN-EN 1992-1-1 (8).

Wartości temperatury początkowej przyporządkowane poszczególnym częściom fundamentu śluzy zawarto w Tabelicy 3. Początkowa temperatura gruntu została obliczona na podstawie danych stacji meteorologicznej (17, 18), zlokalizowanej w pobliżu miejsca wznoszenia konstrukcji [Braunschweig, Południowa Saksonia, Niemcy], natomiast początkową temperaturę betonu przyjęto na podstawie danych pomiarowych. Podział wysokości elementu na 7 warstw miał na celu odtworzenie procesu betonowania śluzy. Czas betonowania kolejnych warstw został przedstawiony w tabelicy 3.

Strata ciepła betonowej powierzchni śluzy do otoczenia została uwzględniona poprzez współczynnik  $\alpha_p$ , uwzględniający zarówno konwekcję, jak i promieniowanie. Przyjęto następujący warunek brzegowy, pozwalający na wyznaczenie straty ciepła przez powierzchnie zewnętrzne :

$$q_{\text{eq}} = \alpha_p (T_{\text{surf}} - T_{\text{env}}) \quad [5]$$

w którym:  $q_{\text{eq}}$  - konwekcyjny przepływ ciepła,  $\alpha_p$  – współczynnik przepływu ciepła (z uwzględnieniem konwekcji/promieniowania),  $T_{\text{surf}}$  – temperatura powierzchni elementu,  $T_{\text{env}}$  - temperatura otoczenia. Przyjęte wartości współczynnika strat ciepła  $\alpha_p$  zestawiono w tabelicy 4.

W trakcie wznoszenia konstrukcji monitorowano temperaturę otoczenia. Warunek brzegowy, z odpowiednimi wartościami temperatury zewnętrznej, uwzględniono dla wszystkich powierzchni śluzy w bezpośrednim kontakcie z otoczeniem – grunt, chudy beton, płyta fundamentu śluzy, przy czym część z warunków brzegowych została przyjęta tylko chwilowo – do momentu przesłonięcia przez kolejną betonowaną warstwę.

W przedstawionej analizie nie uwzględniono odkształceń skurczowych, ponieważ w masywnych płytach fundamentowych mają one generalnie znikomy wpływ na wartości naprężeń (1-3). Zostało to potwierdzone we wstępnej analizie numerycznej przedmiotowej płyty, w której uwzględniono zarówno odkształcenia termiczne jak i odkształcenia skurczowe. Wartości naprężeń otrzymane z tej analizy były w zasadzie identyczne jak wartości naprężeń, uzyskane przy uwzględnieniu tylko odkształceń termicznych.

### 3.2. Wyniki

Analizę w programie DIANA FEA przeprowadzono po 28 dniach dojrzewania betonu śluzy, w następujących krokach czasowych: 32 x 1500 s, 30 x 1800 s, 321 x 3600 s, 14 x 86400 s. W celu walidacji modelu porównano wyniki obliczeń z wartościami uzyskanymi

of internal hydration heat generation calculated according to the formula:

$$\dot{q} = f(\alpha_T) A_T e^{\frac{-E_a}{RT}} \quad [4]$$

where:  $f(\alpha_T)$  – normalized heat generation rate,  $A_T$  – rate constant  $A_T = 1.75 \cdot 10^9 \text{ J}/(\text{m}^3\text{s})$ ,  $R$  – the ideal gas constant ( $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ ),  $E_a$  - apparent activation energy ( $E_a = 38500 \text{ J}/\text{mol}$ ). Particular values were derived from adiabatic data available in (8).

Table 3 contains the initial temperature assigned to corresponding parts of the model. The initial temperature of the soil was established on the basis of the methodology provided in (17, 18), taking into account the location of the structure in Braunschweig (Lower Saxony, Germany). The initial temperature of the concrete structure was assumed according to the measurements. The division of the height of the slab into 7 casting layers reflects the phases of the pouring of this construction stage. Time of concreting of subsequent parts was assumed according to Table 3.

The convective heat transfer between the concrete and the environment was considered by the coefficient  $\alpha_p$ , taking into account both convection and radiation. The following boundary condition was used for the determination of heat losses from the outer surfaces:

$$q_{\text{eq}} = \alpha_p (T_{\text{surf}} - T_{\text{env}}) \quad [5]$$

where:  $q_{\text{eq}}$  - the heat losses,  $\alpha_p$  – the convection-radiation heat transfer coefficient,  $T_{\text{surf}}$  - the temperature of the boundary surface of the element,  $T_{\text{env}}$  - the environmental temperature. The assumed values of heat losses coefficient  $\alpha_p$  are listed in Table 4.

Environmental temperature during the construction of the structure was monitored. The boundary condition with the proper values of environmental temperature was assigned to all surfaces in the direct contact with air – the subsoil, the subbase and the sluice slab, therefore, the assignment to some surfaces was provided only temporarily, up to the moment of covering by the subsequent casting layer.

In the presented analysis, shrinkage deformations were not taken into account because in massive foundation slabs they generally have a negligible effect on stress values (1-3). This was confirmed in the preliminary numerical analysis of the considered slab, where both thermal and shrinkage deformations were introduced. The stress values obtained from this preliminary analysis were essentially identical to the stress values obtained only for thermal strains.

### 3.2. Results

The time of analysis performed in the DIANA FEA software was 28 days of concrete curing with the following stepping strategy: 32 x 1500 s, 30 x 1800 s, 321 x 3600 s, 14 x 86400 s. The validity of the model was assessed by making of the comparison of calculated values with measurements of three sensors showing the temperature development and strains and one sensor indicating



Tablica 3 / Table 3

## TEMPERATURY POCZĄTKOWE PRZYJĘTE DLA POSZCZEGÓLNYCH CZĘŚCI MODELU

INITIAL TEMPERATURE ASSIGNED TO CORRESPONDING PARTS OF THE MODEL

Część / Part	Czas Start time	Temperatura Temperature, °C	
Grunt numer warstwy od góry (głębokość) Subsoil the layer from the top (depth)	0	1 (0÷0.2 m)	16.63
		2 (0.2÷0.6 m)	15.88
		3 (0.6÷1.2 m)	14.63
		4 (1.2÷2 m)	13.00
		5 (2÷3 m)	11.31
		6 (3÷4 m)	9.99
		7 (4÷5 m)	9.22
		8 (5÷6 m)	8.87
		9 (6÷7 m)	8.77
		10 (7÷8 m)	8.81
		11 (8÷9 m)	8.90
		12 (9÷10 m)	9.00
Subbase Chudy beton			24.13
Płyta fundamentu słuzy numer warstwy od dołu (wysokość) Sluice (the height of the subsequent part from the subbase to the bottom)	0	p1 (0.15 m)	24.13
	1.5 h	p2 (0.25 m)	22.60
	4 h	p3 (0.35 m)	20.84
	7.5 h	p4 (0.5 m)	20.60
	10 h	p5 (0.35 m)	26.79
	11.5 h	p6 (0.25 m)	27.63
	12.5 h	p7 (0.15 m)	26.80

z pomiarów czujników, z których trzy rejestrowały temperaturę i odkształcenia, natomiast jeden naprężenia. Położenie poszczególnych czujników w przekroju płyty przedstawiono na rysunku 1. Temperatury zmierzone przez czujniki sd1, sd2 i sd3 porównano z odpowiednimi wartościami obliczonymi w programie DIANA FEA. Rozwój temperatury betonu w czasie jego twardnienia przedstawiono na rysunku 4. Można zauważyć dużą zgodność temperatury obliczonej w programie DIANA FEA oraz zarejestrowanej przez czujniki, co wskazuje na poprawność przyjętych założeń.

Rysunki 5 i 6 przedstawiają obliczone w programie odkształcenia i naprężenia porównane z wartościami otrzymanymi przez czujniki. Na ich podstawie można stwierdzić całkiem dobrą zbieżność wyników pomiarów z wynikami obliczeń, w miejscu czujnika odkształceń sd3 – na górnej powierzchni płyty, natomiast większe różnice występują w miejscu czujników odkształceń sd1, sd2 oraz pośredniego pomiaru naprężeń ss2. Niemniej jednak rozkłady zmierzonych oraz obliczonych naprężeń i odkształceń mają zbliżony przebieg. Ponadto, można stwierdzić wyraźny spadek mierzonych odkształceń i naprężeń w piętnastym dniu analizy, który zazwyczaj świadczy o zarysowaniu konstrukcji.

W tym przypadku jednak można wykluczyć, że zarysowanie rozpoczęło się od miejsca, w którym zlokalizowany był czujnik, to znaczy

Tablica 4 / Table 4

## WSPÓŁCZYNNIK STRAT CIEPŁA

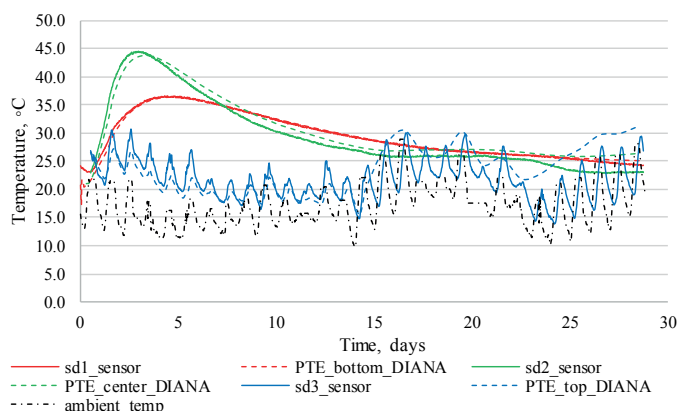
HEAT LOSSES COEFFICIENT

Część/Part	Współczynnik strat ciepła Heat losses coefficient
Grunt Subsoil	- górna powierzchnia / top surface: 30 W/(°Cm <sup>2</sup> ), - pozostałe powierzchnie – warunki adiabatyczne / remaining surfaces – adiabatic conditions
Chudy beton Subbase	30 W/°Cm <sup>2</sup>
Płyta fundamentu słuzy Sluice slab	- górna powierzchnia / top surface 30 W/(°Cm <sup>2</sup> ); - powierzchnie boczne / lateral surfaces 5.2 W/(°Cm <sup>2</sup> ) (przed usunięciem deskowania – 7 dni / first 7 days after casting) - powierzchnie boczne / lateral surfaces 30 W/(°Cm <sup>2</sup> ) (po usunięciu deskowania / after formwork removal)

stresses [location of sensors is presented in the Fig. 1]. Temperatures measured by sensors sd1, sd2 and sd3 were compared with corresponding values calculated in DIANA FEA software. The development of concrete hardening temperature in time is presented in Fig. 4. The temperature development calculated in DIANA FEA is largely convergent to measurement of sensors, which implies the validity of the underlying assumptions.

Fig. 5 and Fig. 6 present the comparison of calculated strains and stress development with measurements of the corresponding sensors. Based on the shown diagrams, a quite good convergence may be observed in the location of the strain sensor sd3 – at the top of the slab, however non-negligible differences occur in case of strains and stress measured in the location of strain sensors sd1, sd2 and stressmeter ss2. Nonetheless, the character of the distribution of measured and calculated strains and stresses is very similar to each other. Furthermore, a significant drop of strains and stresses is observed at the 15<sup>th</sup> day of the measurement, which is usually connected with cracking.

In the present case, however, it can be excluded that the cracking started from the location of the stress sensor (half height of the stage) due to the relatively low value of stress recorded by the sensor at this location and this time. The studies in (19) explain this behaviour by the existence of an area in the cross section, in which higher tensile stresses occurred as the recorded ones. In the following, local failure occurred at the interior of the construction stage affecting the strain and stress profile over the whole height of the cross section - and by this also the measurements. The numerical analysis performed in the present study indicate also relatively high tensile stresses in the interior of the construction stage at the 15<sup>th</sup> day, which endorses the theory that (at least internal) cracking occurred at that time. This means that the strain and stress sensors do not work properly afterwards. Taking into account these circumstances, the results obtained in the site measurement after that time, cannot be reliable.



Rys. 4. Rozwój temperatury obliczonej i pomierzonej w czasie

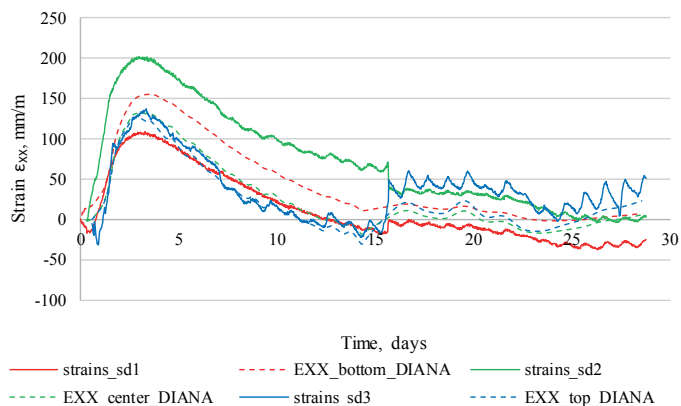
Fig. 4. Developments of calculated and measured temperature in time

w połowie grubości płyty, ze względu na stosunkowo niską wartość naprężenia zarejestrowanego przez czujnik w tym miejscu i w tym czasie. Badania przedstawione przez Schlickego (19) wyjaśniają to zachowanie poprzez istnienie obszaru w przekroju poprzecznym płyty, w którym wystąpiły wyższe naprężenia rozciągające niż te, zarejestrowane przez czujnik. Zatem lokalne uszkodzenie, które wystąpiło we wnętrzu płyty wpłynęło na odkształcenia i naprężenia na całej wysokości przekroju poprzecznego i przez to również na pomiary naprężenia. Analiza numeryczna przeprowadzona w ramach niniejszej pracy również wskazuje na stosunkowo wysokie naprężenia rozciągające we wnętrzu płyty w 15 dniu, co potwierdza teorię, że w tym czasie miało miejsce zarysowanie wewnątrz płyty. Oznacza to, że czujniki odkształcenia i naprężenia nie działały później prawidłowo. Uwzględniając te okoliczności, wyniki pomiarów po tym okresie wynoszącym 15 dni, nie mogą być uznane jako wiarygodne.

#### 4. Model analityczny

Modele służące przewidywaniu temperatury oraz naprężeń w dojrzewającym betonie zostały opisane między innymi w pracach (1-3). W pracy, w punkcie 4, przedstawiono metodę analityczną szacowania temperatury i naprężeń w fazie wzrostu temperatury elementu. Opis i walidację prezentowanej metody można znaleźć w (4). Zarysowanie w masywnych płytach fundamentowych zwykle powstaje w fazie wzrostu temperatury na powierzchni górnej elementu, na której powstają największe naprężenia rozciągające (4, 15, 20). Ponieważ dominujące znaczenie mają tutaj naprężenia własne, przedstawiona metoda odnosi się do wyznaczenia maksymalnej wartości tych naprężeń, w fazie wzrostu temperatury betonu.

Temperatura oraz naprężenia, obliczone z wykorzystaniem przedstawionej w punkcie 3.3 metody, odpowiadają przekrojowi pionowemu, zlokalizowanemu w osi symetrii płyty. Zaproponowany algorytm obliczania naprężeń został opracowany z wykorzystaniem metody 'compensation plane method' – CPM (21).



Rys. 5. Porównanie obliczonych oraz zarejestrowanych przez czujniki odkształceń

Fig. 5. Comparison of calculated and measured strain registered by sensors

#### 4. Analytical model

Prediction models for early age temperature rise and induced stresses can be found in works (1-3). In the following section the analytical method described and validated in (4), enabling the rough assessment of the temperature rise and stresses in the heating phase are described. In massive foundation slabs, cracking usually arises in the phase of temperature increase on the upper surface of the slab, where the greatest tensile stresses are generated (4, 15, 20). Self-induced stresses are the most important here, hence the procedure proposed below refers to the determination of the maximum value of these stresses in the heating phase of concrete.

The temperature and stress determined in accordance with the following procedure are calculated in the vertical section located in the axis of symmetry of the slab. The proposed procedure for calculating stresses is based on the compensation plane method – CPM (21).

##### 4.1. Description of the method

##### 4.1.1. Calculation of the temperature distribution at the slab thickness

The temperature rise due to the hydration heat is calculated as follows:

$$\Delta T^{\text{adiab}} = \frac{C \cdot a_Q \cdot Q_{\infty}}{c_b \cdot \rho_b} \quad [6]$$

where : C – amount of the binder, kg/m<sup>3</sup>, Q<sub>∞</sub> – the total heat of hydration, kJ/kg, a<sub>Q</sub> – coefficient determining the amount of heat that will be released in the first period of concrete maturation of the foundation slab (the coefficient depends on the heat release rate, which in turn depends on the type of cement (4)), c<sub>b</sub> – specific heat, kJ/(kg·°C), ρ<sub>b</sub> – density of concrete, kg/m<sup>3</sup>.

Next, the temperature rise with the reduction coefficient taking into account heat exchange with the environment and non-adiabatic conditions within the slab is calculated:

## 4.1. Opis metody

### 4.1.1. Obliczenia rozkładu temperatury w przekroju płyty

Wzrost temperatury spowodowany ciepłem hydratacji jest wyznaczony ze wzoru:

$$\Delta T^{\text{adiab}} = \frac{C \cdot a_Q \cdot Q_{\infty}}{c_b \cdot \rho_b} \quad [6]$$

w którym:  $C$  – zawartość spoiwa,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ,  $Q_{\infty}$  – całkowite ciepło hydratacji,  $\text{kJ}/\text{kg}$ ,  $a_Q$  – współczynnik określający ilość ciepła hydratacji, które zostanie wydzielone w pierwszym okresie dojrzewania betonu płyty fundamentowej – współczynnik zależy od szybkości wydzielania ciepła, który jest związany z rodzajem cementu (4)),  $c_b$  – ciepło właściwe betonu,  $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$ ,  $\rho_b$  – gęstość betonu,  $\text{kg}/\text{m}^3$ .

Następnie, obliczono wzrost temperatury z uwzględnieniem współczynnika redukcyjnego, z uwagi na stratę ciepła do otoczenia oraz nieadiabatyczne warunki twardnienia betonu:

$$\Delta T_{\text{red}}^{\text{adiab}} = \Delta T^{\text{adiab}} \quad [7]$$

Współczynnik  $\chi$  uwzględnia straty ciepła z wnętrza elementu, na skutek chłodniejszego otoczenia, na powierzchniach zewnętrznych elementu. Współczynnik przyjmuje wartość  $\chi = 1$  w warunkach adiabatycznych, natomiast w pozostałych przypadkach jest mniejszy od 1. Dla płyty o grubości 2 m wynosi  $\chi = 0,85$  (4).

Ostatecznie temperatura wnętrza elementu  $T_{\text{int}}$  wynosi:

$$T_{\text{int}} = T_{b0} + \Delta T_{\text{red}}^{\text{adiab}} \quad [8]$$

gdzie:  $T_{b0}$  – początkowa temperatura betonu.

Temperaturę na górnej powierzchni płyty wyznacza się uwzględniając współczynnik przewodności cieplnej betonu  $\lambda_b$ , współczynnik strat ciepła  $\alpha_p$  oraz stosując warunek brzegowy III rodzaju [rysunek 7]:

$$\left. \frac{dT(\tau)}{dx} \right|_p = \frac{\alpha_p}{\lambda_b} (T_p - T_a) \quad [9]$$

gdzie:  $T_a$  – temperatura otoczenia,  $T_p$  – temperatura powierzchni.

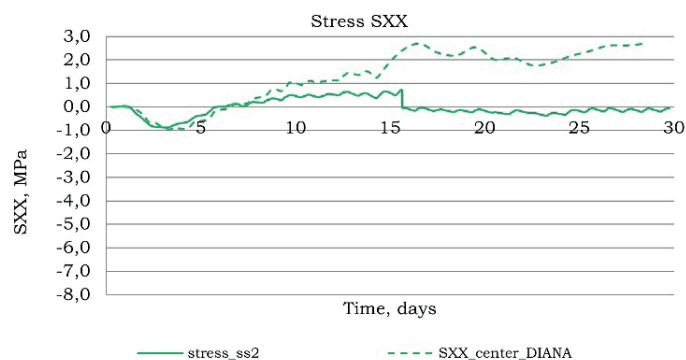
Przyjmując paraboliczny rozkład temperatury na wysokości płyty otrzymujemy zależność [10]:

$$T_p = T_{\text{int}} + \frac{T_a - T_{\text{int}}}{\frac{b}{2} + 2 \frac{\lambda_b}{\alpha_p}} \cdot \frac{b}{2} \quad [10]$$

w której:  $b$  – grubość płyty. Średnia temperatura w przekroju płyty wynosi:

$$T_m = T_{\text{int}} - \frac{1}{3} (T_{\text{int}} - T_p) \quad [11]$$

Należy zaznaczyć, że przedstawiona metoda pozwala na uproszczone i zgrubne oszacowanie wartości temperatury, jedynie



Rys. 6. Porównanie obliczonych oraz zarejestrowanych przez czujnik naprężeń w środku płyty

Fig. 6. Comparison of calculated and registered by sensor stresses in the centre of the slab

$$\Delta T_{\text{red}}^{\text{adiab}} = \Delta T^{\text{adiab}} \quad [7]$$

Coefficient  $\chi$  considers heat release from the core of the member due to its exchange at the surface of the member with the cooler environment. This coefficient is  $\chi = 1$  for adiabatic conditions; in other case  $\chi < 1$ . For the slab with 2 m thickness:  $\chi = 0.85$  (4).

Finally, the temperature inside the element,  $T_{\text{int}}$  is equal to:

$$T_{\text{int}} = T_{b0} + \Delta T_{\text{red}}^{\text{adiab}} \quad [8]$$

where  $T_{b0}$  is the initial temperature of concrete.

Temperature at the upper surface of the slab is determined with coefficient of thermal conductivity of concrete  $\lambda_b$ , heat transfer coefficient  $\alpha_p$  and by using the 3<sup>rd</sup> type boundary condition [Fig. 7]:

$$\left. \frac{dT(\tau)}{dx} \right|_p = \frac{\alpha_p}{\lambda_b} (T_p - T_a) \quad [9]$$

where  $T_a$  is the ambient temperature and  $T_p$  is the surface temperature.

Hence, assuming parabolic distribution of temperature at the thickness of the slab, the following equation can be used:

$$T_p = T_{\text{int}} + \frac{T_a - T_{\text{int}}}{\frac{b}{2} + 2 \frac{\lambda_b}{\alpha_p}} \cdot \frac{b}{2} \quad [10]$$

where  $b$  is the thickness of the slab.

Mean temperature at the thickness of the slab is equal to:

$$T_m = T_{\text{int}} - \frac{1}{3} (T_{\text{int}} - T_p) \quad [11]$$

It should be mentioned that in this simple and rough method only core inside and top temperature are investigated, thus bottom temperature is assumed to be the same as top temperature, which is obviously a significant simplification.

w środku oraz na górnej powierzchni płyty. Temperaturę na dolnej powierzchni płyty przyjmuje się jako równą temperaturze górnej powierzchni elementu, co jest oczywiście znacznym uproszczeniem.

#### 4.1.2. Obliczanie odkształceń i naprężeń

Przyjmując stałą wartość modułu sprężystości  $E$  w przekroju płyty, linia kompensacji, to jest linia, której odpowiadają zerowe wartości naprężeń własnych, pokrywa się z położeniem linii wyznaczającej temperaturę średnią [rysunek 8]:

$$\varepsilon_{comp} = \alpha_T(T_m - T_{bo}) \quad [12]$$

gdzie:  $\alpha_T$  – współczynnik rozszerzalności termicznej,  $1/^\circ\text{C}$ .

Zatem odkształcenia w środku płyty wynoszą:

$$\varepsilon_{int,0} = \alpha_T(T_{int} - T_{bo}) \quad [13]$$

natomiast odkształcenia na górnej powierzchni płyty są równe:

$$\varepsilon_{p,0} = \alpha_T(T_p - T_{bo}) \quad [14]$$

Naprężenia własne spowodowane są różnicami temperatury w przekroju płyty. W związku z tym, naprężenia te we wnętrzu płyty  $\sigma^{int}$  oraz na jej powierzchni  $\sigma^p$  mogą zostać wyznaczone na podstawie różnicy pomiędzy wartością rzeczywistych odkształceń  $\varepsilon_0$  oraz odkształceń  $\varepsilon_{comp}$  na linii kompensacji [rysunek 8]:

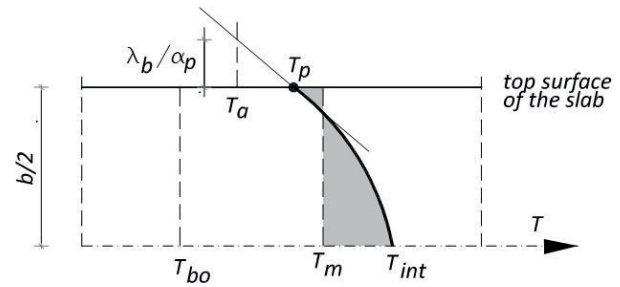
$$\sigma^{int} = E_{eff}(\varepsilon_{comp} - \varepsilon_{int,0}) \quad [15]$$

$$\sigma^p = E_{eff}(\varepsilon_{comp} - \varepsilon_{p,0}) \quad [16]$$

## 5. Wyniki

Dane przyjęte do obliczeń metodą analityczną odpowiadają danym przyjętym w analizie numerycznej [punkt 3.1.]. Otrzymano następujące wyniki obliczeń:

- $\Delta T^{adiab} = 28,1^\circ\text{C}$  - wzrost temperatury otoczenia, na podstawie wzoru [6],
- $\Delta T_{red}^{adiab} = 23,9^\circ\text{C}$  - zredukowany wzrost temperatury otoczenia, na podstawie wzoru [7],
- $T_{int} = 45,8^\circ\text{C}$  - temperatura wnętrza płyty, na podstawie wzoru [8],
- $T_p = 22,5^\circ\text{C}$  - temperatura na górnej powierzchni płyty, na podstawie wzoru [10], dla temperatury otoczenia  $T_a = 18^\circ\text{C}$ ,
- $T_m = 37,4^\circ\text{C}$  - średnia temperatura, na podstawie wzoru [11],
- $E(t) = 25163 \text{ MPa}$  – moduł sprężystości dla okresu  $t = 4$  dni (22),
- $\varphi(t, t_0) = 1,1$  – współczynnik pełzania (4),
- $E_{eff}(t) = 11982 \text{ MPa}$  – efektywny moduł sprężystości z uwzględnieniem pełzania,
- $\sigma^{int} = -0,89 \text{ MPa}$  – naprężenia ściskające we wnętrzu płyty, na podstawie wzoru [15],



Rys. 7. Graficzna ilustracja warunku brzegowego III-go rodzaju

Fig. 7. Graphical illustration of the 3<sup>rd</sup> type boundary condition

#### 4.1.2. Calculation of strains and stress

Assuming constant value of  $E$ -modulus at the slab thickness, the compensation line, i.e. the line on which zero self-induced stress occurs, is equivalent to the position of the line of mean temperature [Fig. 8]:

$$\varepsilon_{comp} = \alpha_T(T_m - T_{bo}) \quad [12]$$

where:  $\alpha_T$  – thermal expansion coefficient,  $1/^\circ\text{C}$ .

Then, the strain inside the slab is equal to:

$$\varepsilon_{int,0} = \alpha_T(T_{int} - T_{bo}) \quad [13]$$

and strain at the upper surface is equal to:

$$\varepsilon_{p,0} = \alpha_T(T_p - T_{bo}) \quad [14]$$

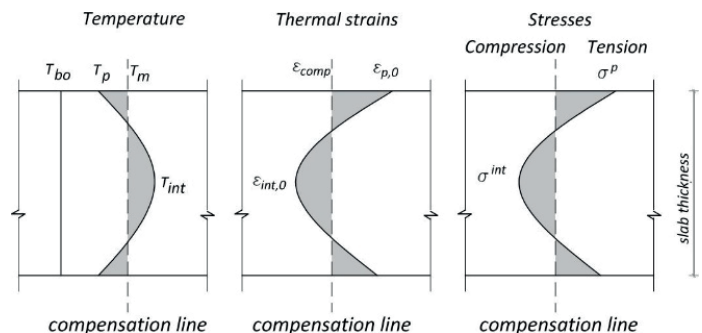
Self-induced stresses are caused by temperature gradients at the thickness of the slab. Thus, these stresses inside the slab  $\sigma^{int}$  and at its surface  $\sigma^p$  can be determined on the basis of the difference between the actual strain  $\varepsilon_0$  and the strain  $\varepsilon_{comp}$  on the compensation line (Fig. 8):

$$\sigma^{int} = E_{eff}(\varepsilon_{comp} - \varepsilon_{int,0}) \quad [15]$$

$$\sigma^p = E_{eff}(\varepsilon_{comp} - \varepsilon_{p,0}) \quad [16]$$

## 5. Results

The data assumed in the analytical model was the same as presented in point 3.1 for the numerical study. The results are presented below:



Rys. 8. Graficzna ilustracja metody CPM

Fig. 8. Graphical illustration of CPM method



- $\sigma^p = 1,78 \text{ MPa}$  - naprężenia rozciągające na górnej powierzchni płyty, na podstawie wzoru [16].

Otrzymane wyniki przedstawiono na rysunku 9 – temperatura oraz rysunku 10 – naprężenia i porównane z wynikami obliczeń numerycznych oraz z wynikami pomiarów. Trzeba podkreślić, że pomimo zastosowania bardzo uproszczonego algorytmu w metodzie analitycznej, uzyskano wyniki zbieżne z pomiarami oraz obliczeniami numerycznymi.

## 6. Wnioski

W artykule przedstawiono wyniki badań doświadczalnych, analizę numeryczną oraz obliczenia analityczne, masywnej płyty betonowej stanowiącej fundament śluzy.

Analiza wyników pomiarów, przeprowadzonych na rzeczywistej konstrukcji, pozwala uznać je za wiarygodne, w zakresie temperatury twardnienia. Jednocześnie, wyniki pomiarów naprężeń można uznać za wiarygodne tylko do 15 dnia twardnienia betonu, w którym prawdopodobnie wystąpiło wewnętrzne zarysowanie. Podobne wątpliwości pojawiają się w przypadku odkształceń, w związku z niezyskaniem dla wszystkich punktów pomiarowych dobrej zbieżności w obliczeniach numerycznych, pomimo dość dobrego odwzorowania temperatury twardnienia w modelu numerycznym. Warto podkreślić, że w modelu numerycznym uwzględniono w sposób dość szczegółowy, warunki technologiczne betonowania płyty: betonowanie ciągłe, zmienną temperaturę otoczenia, temperaturę gruntu, jak również właściwości materiałowe.

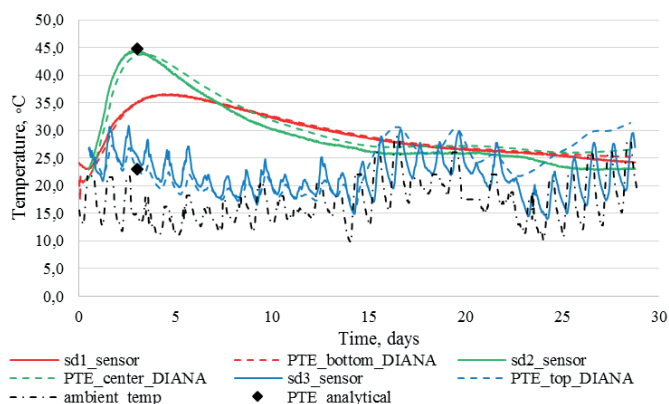
W tym kontekście, metoda analityczna pozwoliła na stosunkowo dobre oszacowanie analizowanych wielkości. Uzyskano wysoką zgodność szacowanych wartości temperatury we wnętrzu i na powierzchni płyty. Oszacowane analitycznie naprężenia również pokrywają się z wartościami otrzymanymi z pomiarów oraz obliczeń numerycznych. Za przydatnością tej metody do zgrubnego, inżynierskiego szacowania wczesnych wpływów, bezsprzecznie przemawia jej łatwość zastosowania oraz dostępność – nie wymaga użycia żadnego specjalistycznego oprogramowania.

## Podziękowania

Badania zostały sfinansowane przez: Politechnikę Śląską w ramach BKM-547/RB6/2018 oraz BK-237/RB6/2018; Portuguese Foundation for Science and Technology (FCT) to the Research Project IntegraCrete PTDC/ECM-EST/1056/2014 (POCI-01-0145-FEDER-016841); Research Unit ISISE (POCI-01-0145-FEDER-007633).

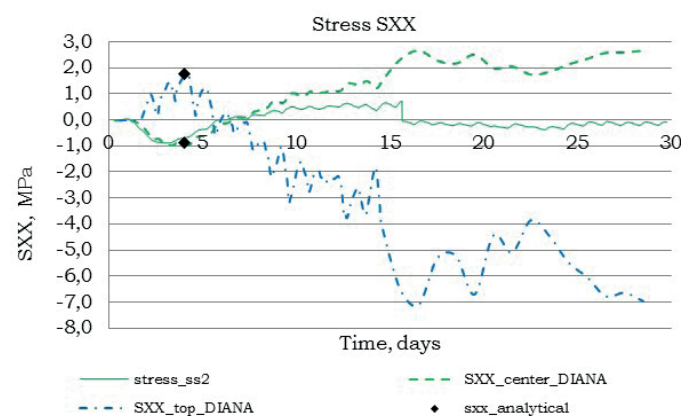
## Literatura / References

1. ACI Committee, ACI 207.2R-07 - Report on thermal and volume change effects on cracking of mass concrete, American Concrete Institute, Farmington Hills (2007).



Rys. 9. Porównanie rozwoju temperatury otrzymanego z obliczeń analitycznych i numerycznych z wynikami pomiarów

Fig. 9. Comparison of experimental, numerical and analytical development of temperature



Rys. 10. Porównanie rozwoju naprężeń otrzymanych z obliczeń analitycznych i numerycznych z wynikami pomiarów

Fig. 10. Comparison of experimental, numerical and analytical development of stresses

- $\Delta T^{\text{adiab}} = 28.1^\circ\text{C}$  - adiabatic temperature rise, according to Eq. [6],
- $\Delta T_{\text{red}}^{\text{adiab}} = 23.9^\circ\text{C}$  - reduced adiabatic temperature, according to Eq. [7],
- $T_{\text{int}} = 45.8^\circ\text{C}$  - temperature inside the slab, according to Eq. [8]
- $T_p = 22.5^\circ\text{C}$  - temperature at top surface, according to Eq. [10], for ambient temperature  $T_a = 18^\circ\text{C}$ ,
- $T_m = 37.4^\circ\text{C}$  - mean temperature, according to Eq. [11],
- $E(t) = 25163 \text{ MPa}$  - E-modulus at time  $t = 4$  days (22),
- $\phi(t, t_0) = 1,1$  - creep coefficient (4),
- $E_{\text{eff}}(t) = 11982 \text{ MPa}$  - effective E-modulus with creep consideration,
- $\sigma^{\text{int}} = -0,89 \text{ MPa}$  - the compressive stress inside the slab, according to Eq. [15]
- $\sigma^p = 1,78 \text{ MPa}$  - the tensile stress at the top surface, according to Eq. [16].

The obtained results are also depicted in Fig. 9 – temperature and Fig. 10 – stresses and compared both with the actual measure-

2. P. B. Bamforth, Early-age thermal crack control in concrete. CIRIA C660, Classic House London (2007).
3. JCI, Guidelines for Control of Cracking of Mass Concrete 2016', Japan Concrete Institute, Tokyo (2017).
4. K. Flaga, B. Klemczak, Konstrukcyjne i technologiczne aspekty naprężeń termiczno-skurczowych w masywnych i średniomasywnych konstrukcjach betonowych, Kraków: Politechnika Krakowska (2016).
5. B. Kuriakose, B. N. Rao, G. R. Dodagoudar, Early-age Temperature Distribution in a Massive Concrete Foundation, *Procedia Technology*, 25, 107–114 (2016).
6. B. Klemczak, A. Żmij, M. Azenha, Numerical Study on Restraints Effects in Massive Foundation Slabs, *Procedia Engineering*, 193, 226–233 (2017).
7. M. Azenha, C. Sousa, R. Faria, A. Neves, Thermo–hygro–mechanical modelling of self-induced stresses during the service life of RC structures, *Engineering Structures*, 33(12), 3442–3453 (2011).
8. N. V. Tue, D. Schlicke, J. Bödefeld, Beanspruchungen in dicken Bodenplatten infolge des Abfließens der Hydratationswärme, *Bautechnik*, 84, Heft 10, 702–710 (2007).
9. D. Schlicke, F. Kanavaris, R. Lameiras and M. Azenha, On-site Monitoring of Mass Concrete, In: *Thermal Cracking of Massive Concrete Structures*, RILEM TC 254 State of Art Report, Springer Int. Publishing, Cham, 2019.
10. B. Eierle, K. Schikora, Zwang und Rissbildung infolge Hydratationswärme, *DAfStb*, Heft 512 (2000).
11. F. Rostásy, M. Krauß, Frühe Risse in massigen Betonbauteilen – Ingenieurmodell für die Planung von Gegenmaßnahmen, *DAfStb*, Heft 520 (2001).
12. PN-EN 1992-1-1 Eurokod 2 Projektowanie konstrukcji z betonu Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków, Polski Komitet Normalizacyjny (2008).
13. R. Weil, *The Nature and Properties of Soils*. 15th edition: Appendix C: Properties of soils, 1396–1400 (2016).
14. Z. P. Bazant, Material Models for Structural Creep Analysis, in *Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete*, New York: John Wiley & Sons, 99–215 (1988).
15. B. Klemczak, M. Batog, Z. Giergiczny, A. Żmij, Complex Effect of Concrete Composition on the Thermo-Mechanical Behaviour of Mass Concrete, *Materials*, 11, 11, 1–18 (2018).
16. J. Carette, For a Better Understanding of Eco-Concrete Containing Blast-Furnace Slag and Limestone Filler: Mix Design Considerations, Early Age Characterisation, and Durability Issues. PhD Thesis, Université Libre de Bruxelles (2015).
17. S. A. Baggs, Remote prediction of ground temperature in Australian soils and mapping its distribution, *Solar Energy*, 30, 4, 351–366 (1983).
18. C. O. Popiel, J. Wojtkowiak, B. Biernacka, Measurements of temperature distribution in ground, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 25, 5, 301–309 (2001).
19. D. Schlicke, Untersuchung zu Temperatur- und Steifigkeitsentwicklung im jungen Beton am Beispiel der Schleuse Sülfeld, Master thesis University of Leipzig, 2006.
20. D. Schlicke and N.V. Tue, Minimum reinforcement for crack width control in restrained concrete members, *Structural Concrete*, 16, pp. 221–232 (2014).
21. JSCE Committee, Guidelines for Concrete. No. 15: Standard Specifications for Concrete Structures, Design, Tokyo 2010.
22. CEB Committee Euro - International du Beton, CEB - FIB Model Code 1990. Bulletin D'Information. Final draft (1993).

ment and numerical results. Interestingly, despite very simplified algorithm of the analytical method, a quite good agreement both with experiments and numerical results have been obtained.

## 6. Conclusions

The paper presents the experimental, numerical and analytical investigation of massive structure of a sluice foundation.

Analysis of the results of measurements made in the actual structure, allows to consider the experimental tests of the hardening temperature as reliable. At the same time, the results of stress measurements are only reasonable until a non further specified internal cracking occurred after 15 days. Similar doubts concern strains, for which good agreement was not obtained for all sensors in the numerical analysis, despite the relatively accurate reproduction of the hardening temperature.

It should be added that the numerical model took into account accurately all the technological conditions of slab construction, such as layered concreting, variable ambient temperature, soil temperature and all material properties.

Relatively good results were obtained from a simplified analytical method. Moreover, the compliance with the estimated temperature of the slab core and surface is particularly good. The analytically estimated stresses are also close to the measured and numerically determined values. Thus, it seems that the method can be also applied in rough engineering estimation of early age effects because of its undoubted advantage related to the simplicity and availability of application without any professional tools.

## Acknowledgement

Funding provided by: Silesian University of Technology (BKM-547/RB6/2018 and BK-237/RB6/2018); the Portuguese Foundation for Science and Technology (FCT) to the Research Project IntegraCrete PTDC/ECM-EST/1056/2014(POCI-01-0145-FEDER-016841), as well by the Research Unit ISISE (POCI-01-0145-FEDER-007633).